Part D :第 23 题 代数综合

【海淀】

23. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=mx^2-2mx+n$ 与 x 轴交于 A、B 两点，点 A 的坐标为 $(-2,0)$.

(1)求 B 点坐标；

(2)直线 $y=\frac{1}{2}x+4m+n$ 经过点 B.

①求直线和抛物线的解析式；

②点 P 在抛物线上，过点 P 作 y 轴的垂线 l，垂足为 $D(0,d)$. 将抛物线在直线 l 上方的部分沿直线 l 翻折，图象的其余部分保持不变，得到一个新图象 G. 请结合图象回答：当图象 G 与直线 $y=\frac{1}{2}x+4m+n$ 只有两个公共点时，d 的取值范围是_____.

智康1对1 www.jiajiaoban.com

【西城】

23．已知关于 x 的一元二次方程 $2x^2+(a+4)x+a=0$ ．

(1) 求证：无论 a 为任何实数，此方程总有两个不相等的实数根；

(2) 抛物线 $C_1: y=2x^2+(a+4)x+a$ 与 x 轴的一个交点的横坐标为 $\frac{a}{2}$ ，其中 $a\neq 0$ ，将抛物线 C_1 向右平移 $\frac{1}{4}$ 个单位，再向上平移 $\frac{1}{8}$ 个单位，得到抛物线 C_2 ．求抛物线 C_2 的解析式；

(3) 点 $A(m,n)$ 和 $B(n,m)$ 都在(2)中抛物线 C_2 上，且 A、B 两点不重合，求代数式 $2m^3-2mn+2n^3$ 的值．

【东城】

23. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+(m+3)x+m+1=0$.

（1）求证：无论 m 取何值，原方程总有两个不相等的实数根；

（2）当 m 为何整数时，原方程的根也是整数 .

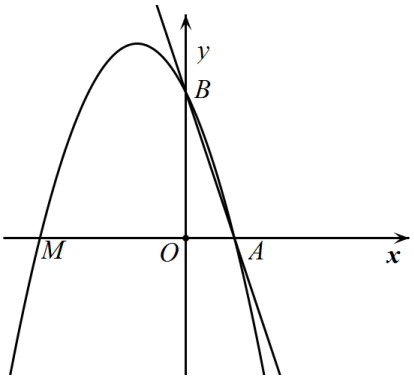
【石景山】

23. 如图，直线 $y=-3x+3$ 交 x 轴于 A 点，交 y 轴于 B 点，过 A、B 两点的抛物线 C_1 交 x 轴于另一点 $M(-3,0)$.

(1) 求抛物线 C_1 的解析式；

(2) 直接写出抛物线 C_1 关于 y 轴的对称图形 C_2 的解析式；

(3) 如果点 A' 是点 A 关于原点的对称点，点 D 是图形 C_2 的顶点，那么在 x 轴上是否存在点 P，使得 $\triangle PAD$ 与 $\triangle A'BO$ 是相似三角形？若存在，求出符合条件的 P 点坐标；若不存在，请说明理由.



【顺义】

23．已知关于 x 的方程 $mx^2-(3m+2)x+2m+2=0$

（1）求证：无论 m 取任何实数时，方程恒有实数根.

（2）若关于 x 的二次函数 $y=mx^2-(3m+2)x+2m+2$ 的图象与 x 轴两个交点的横坐标均为正整数，且 m 为整数，求抛物线的解析式.

智康1对1 www.jiajiaoban.com

【题目扩展】2012 年

【海淀一模】

23、已知关于 x 的方程 $mx^2+(3m+1)x+3=0$.

（1）求证：不论为 m 任意实数，此方程总有实数根；

（2）若抛物线 $y=mx^2+(3m+1)x+3$ 与 x 轴交于两个不同的整数点，且 m 为正整数，试确定此抛物线的解析式；

（3）若点 P（ x_1 ， y_1 ）与点 Q（ x_1+n ， y_2 ）在（2）中抛物线上，（点 P、Q 不重合），且 $y_1=y_2$ ，求代数式 $4x_1^2+12x_1n+5n^2+16n+8$ 的值.

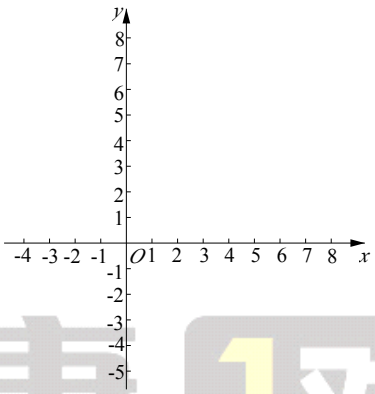
【海淀二模】

23．已知抛物线 $y=(m-1)x^2+(m-2)x-1$ 与 x 轴交于 A、B 两点．

（1）求 m 的取值范围；

（2）若 $m>1$，且点 A 在点 B 的左侧，$OA:OB=1:3$，试确定抛物线的解析式；

（3）设（2）中抛物线与 y 轴的交点为 C，过点 C 作直线 $l//x$ 轴，将抛物线在 y 轴左侧的部分沿直线 l 翻折，抛物线的其余部分保持不变，得到一个新图象．请你结合新图象回答：当直线 $y=\frac{1}{3}x+b$ 与新图象只有一个公共点 $P(x_0,y_0)$ 且 $y_0\le 7$ 时，求 b 的取值范围．



智康1对1 www.jiajiaoban.com

【西城一模】

23. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+px+q+1=0$ 的一个实数根为 2．

(1) 用含 p 的代数式表示 q；

(2) 求证：抛物线 $y=x^2+px+q$ 与 x 轴有两个交点；

(3) 设抛物线 $y_1=x^2+px+q$ 的顶点为 M，与 y 轴的交点为 E，抛物线 $y_2=x^2+px+q+1$ 顶点为 N，与 y 轴的交点为 F，若四边形 $FEMN$ 的面积等于 2，求 p 的值．

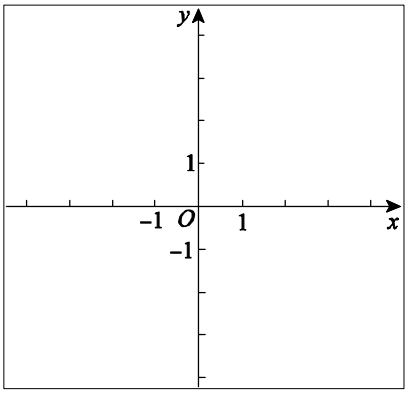
【西城二模】

23. 在平面直角坐标系 xOy 中，A 为第一象限内的双曲线 $y=\frac{k_1}{x}$（$k_1>0$）上一点，点 A 的横坐标为 1，过点 A 作平行于 y 轴的直线，与 x 轴交于点 B，与双曲线 $y=\frac{k_2}{x}$（$k_2<0$）交于点 C. x 轴上一点 $D(m,0)$ 位于直线 AC 右侧，AD 的中点为 E.

(1)当 m=4 时，求△ACD 的面积（用含 k_1，k_2 的代数式表示）；

(2)若点 E 恰好在双曲线 $y=\frac{k_1}{x}$（$k_1>0$）上，求 m 的值；

(3)设线段 EB 的延长线与 y 轴的负半轴交于点 F，当点 D 的坐标为 $D(2,0)$ 时，若△BDF 的面积为 1，且 $CF\parallel AD$，求 k_1 的值，并直接写出线段 CF 的长.



【四年真题】

【2009 年 第 23 题】

23.已知关于x的一元二次方程$2x^2+4x+k-1=0$有实数根，k为正整数.

（1）求k的值；

（2）当此方程有两个非零的整数根时，将关于x的二次函数$y=2x^2+4x+k-1$的图象向下平移 8 个单位，求平移后的图象的解析式；

（3）在（2）的条件下，将平移后的二次函数的图象在x轴下方的部分沿x轴翻折，图象的其余部分保持不变，得到一个新的图象.请你结合这个新的图象回答：当直线$y=\frac{1}{2}x+b(b<k)$与此图象有两个公共点时，b的取值范围.

智康1对1 www.jiajiaoban.com

【2010 年 第 23 题】

23、已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 A（$-\sqrt{3}$，1）.

（1）试确定此反比例函数的解析式；

（2）点 O 是坐标原点，将线段 OA 绕 O 点顺时针旋转 30°得到线段 OB，判断点 B 是否在此反比例函数的图象上，并说明理由；

（3）已知点 P（ m ，$\sqrt{3}m+6$ ）也在此反比例函数的图象上（其中 $m<0$ ），过 P 点作 x 轴的垂线，交 x 轴于点 M.若线段 PM 上存在一点 Q，使得△OQM 的面积是 $\frac{1}{2}$，设 Q 点的纵坐标为 n，求 $n^2-2\sqrt{3}n+9$ 的值.

智康1对1 www.jiajiaoban.com

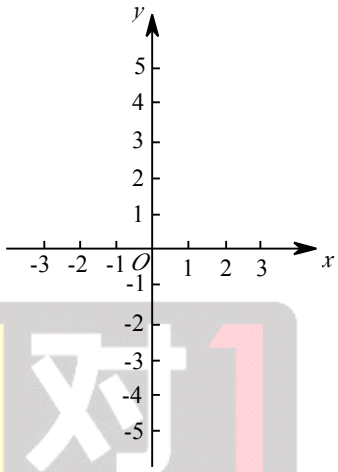
【2011 年 第 23 题】

23．在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y=mx^2+(m-3)x-3(m>0)$ 的图象与 x 轴交于 A、B 两点（点 A 在点 B 左侧），与 y 轴交于点 C.

⑴ 求点 A 的坐标；

⑵ 当 $\angle ABC=45^\circ$ 时，求 m 的值；

⑶ 已知一次函数 $y=kx+b$，点 $P(n,0)$ 是 x 轴上的一个动点，在⑵的条件下，过点 P 垂直于 x 轴的直线交这个一次函数的图象于点 M，交二次函数 $y=mx^2+(m-3)x-3(m>0)$ 的图象于点 N。若只有当 $-2<n<2$ 时，点 M 位于点 N 的上方，求这个一次函数的解析式。



智康1对1 www.jiajiaoban.com

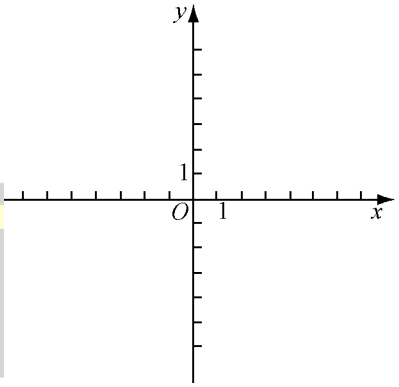
【2012 年 第 23 题】

23．已知二次函数 $y=(t+1)x^2+2(t+2)x+\frac{3}{2}$ 在 $x=0$ 和 $x=2$ 时的函数值相等。

（1） 求二次函数的解析式；

（2） 若一次函数 $y=kx+6$ 的图象与二次函数的图象都经过点 $A(-3，m)$，求 m 和 k 的值；

（3） 设二次函数的图象与 x 轴交于点 B，C（点 B 在点 C 的左侧），将二次函数的图象在点 B，C 间的部分（含点 B 和点 C）向左平移 $n(n>0)$ 个单位后得到的图象记为 G，同时将（2）中得到的直线 $y=kx+6$ 向上平移 n 个单位。请结合图象回答：当平移后的直线与图象 G 有公共点时，n 的取值范围。



智康1对1 www.jiajiaoban.com

Part D 第 23 题 小结

智康1对1 www.jiajiaoban.com

智康1对1
jiajiaoban.com